

Støy

1 Innledning

Egenstøy kan deles i:

- Termisk støy ('Thermal noise')
- Haglstøy ('Shot noise')
- Flekkstøy ('Flicker noise')
- Popkornstøy ('Burst noise')
- Skredstøy ('Avalanche noise')

Det finnes også andre (og flere) inndelinger, men ovenstående dekker hovedsaklig den inndelingen som benyttes for støy fra elektroniske komponenter så som halvledere og motstander som byggestener for elektroniske systemer.

1.1 Addisjon av støyspenninger

Skal vi finne effekten av flere signalspenninger må vi kvadrere disse for å finne totaleffekten. Når støyspenninger og støystrømmer er uavhengige av hverandre (ukorrelerte), gjør vi det på samme måte. Da er den totale støyeffekten summen av de enkelte støyeffektene:

$$P_N = P_{N1} + P_{N2} + P_{N3} + \dots \quad (1)$$

Med hensyn på støyspenningene fås følgende:

$$v_N^2 = v_{N1}^2 + v_{N2}^2 + v_{N3}^2 + \dots \quad (2)$$

Den totale støyspenningens effektivverdi er da gitt som:

$$v_N = \sqrt{v_{N1}^2 + v_{N2}^2 + v_{N3}^2 + \dots} \quad (3)$$

1.2 Termisk støy

Termisk støy betegnes også som Johnson støy. Støyen oppstår når elektriske ladninger som beveger seg i en leder eller komponent, kolliderer med naboelektroner. Denne prosessen er vilkårlig, det vil si ikke-periodisk. Når temperaturen er over 0 grader K (det absolutte nullpunkt) vil elektroner bevege seg, og følgelig lage støy. Jo høyere temperaturen er, jo mer støy blir generert. Den vilkårlige bevegelsen gjør at det oppstår en vilkårlig strøm i materialet og at en vilkårlig støyspenning opptrer mellom terminalene. Størrelsen på den termiske støyen måles ved midlere støyeffekt, gitt ved:

$$P_N = 4 kTB \quad (4)$$

Her er P_N er støyeffekten i Watt, k er Boltzmanns konstant, $1,38 \cdot 10^{-23}$ J/K, T er temperaturen i Kelvin ($0 \text{ K} = -273,15 \text{ }^\circ\text{C}$) og B er støybåndbredden til systemet i Hertz.

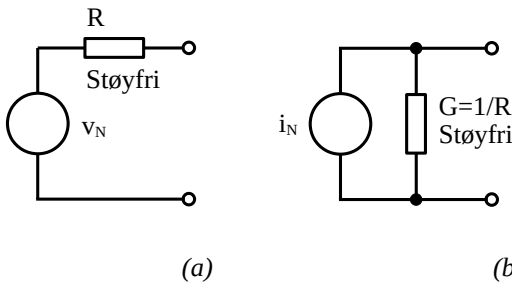
Støyspenningen v_N mellom terminalene for en motstand R kan finnes å være:

$$P_N = v_N^2/R = 4kTB \Rightarrow v_N = \sqrt{4kTBR} \quad (5)$$

Støystrømmen i_N mellom terminalene for en konduktans $G=1/R$ kan finnes å være:

$$P_N = i_N^2/G = 4kTB \Rightarrow i_N = \sqrt{4kTBG} \quad (6)$$

I figur 1 er vist serie- og parallell-støyekvivalent for en støyende motstand. I figur 1a er vist ekvivalenten som en støyspenning-generator i serie med motstanden, som betraktes som støyfri. I figur 1b er vist ekvivalenten som en støystrøm-generator i parallell med konduktansen, som betraktes som støyfri.



Figur 1. Støyekvivalent for motstand.

I noen tilfeller opererer en med støyspenningstettheten og støystrømtettheten. Fra ligning (5) og (6) fås følgende:

$$e_n = v_N/\sqrt{B} = \sqrt{4kTR} \quad (7)$$

$$i_n = i_N/\sqrt{B} = \sqrt{4kTG} \quad (8)$$

Legg merke til at benevningen blir henholdsvis $V/\sqrt{\text{Hz}}$ og $A/\sqrt{\text{Hz}}$. Dette er da det samme som å operere med en båndbredde på 1 Hz.

Det bør poengteres at den termiske støyen er uavhengig av hvordan motstanden er laget. Praktiske motstander vil imidlertid støye mer enn ligning (5) og (6) angir. Som en tommelfingerregel vil metallfilmmotstander støye forholdsvis lite i tillegg til den termiske støyen, mens kullskikt motstander vil støye mer.

Eksempel 1

Finn støyspenningen over en 10 kΩ motstand ved en båndbredde på 1 Hz og 10 kHz.

Fra (7) has at støyspenningstettheten er:

$$e_n = \sqrt{4kTR} = \sqrt{4 \cdot 1,38 \cdot 10^{-23} \cdot 290 \cdot 10^3} = 12,65 \text{ nV}/\sqrt{\text{Hz}}$$

Vi har her benyttet $T = 290 \text{ K}$. For 1 Hz båndbredde er følgelig støyspenningen: 12,65 nV. For en båndbredde på 10 kHz er støyspenningen:

$$v_N = e_n \sqrt{B} = (12,65 \text{ nV}/\sqrt{\text{Hz}}) \cdot \sqrt{10 \cdot 10^3 \text{ Hz}} = 1,265 \mu\text{V}$$

1.3 Haglstøy

Haglstøy ('shot noise') er også vilkårlig, selv om midlere strøm er konstant. Denne haglstøyen oppstår i PN-overganger. I dioder og transistorer bygger det seg opp ladninger på hver sin side av sjiktet. Ved utladning, som er vilkårlig, vil strømmen bli som en haglskur. Støystrømmen kan beregnes av formelen:

$$i_N = \sqrt{2e I_{DC} B} \quad (9)$$

der I_{DC} er strømmen i foroverretningen, e er elektronladningen lik $1,6 \cdot 10^{-19}$ C, og B er støybåndbredden i Hz.

1.4 Flekkstøy (1/f-støy)

Flekkstøy eller 1/f-støy ('flicker noise', '1/f noise', 'excess noise') er lavfrekvent støy som oppstår i halvledere og i noen passive komponenter. Årsaken er bare delvis forstått. For halvledere kan støyen reduseres ved konstruksjonen. For kullskiktmotstander benevnes støyen ofte 'excess noise' fordi den kommer i tillegg til den termiske støyen i motstanden.

1.5 Popkornstøy

Popkornstøy ('Burst noise') skyldes feil i PN-overganger som hovedsaklig stammer fra forurensning i halvledermaterialet. Støyen karakteriseres av diskrete høyfrekvenspulser. Pulsfrekvensen kan variere, og navnet kommer av lyden som frembringes fra en høyttaler: den minner om popping av korn. Støyen er strømvhengig og har derfor størst betydning i høyimpedante kretsløp. Moderne halvlederteknologi har imidlertid langt på vei eliminert denne formen for egenstøy.

1.6 Skredstøy

Skredstøy ('Avalanche noise') oppstår når PN-overgangen er forspent i sperreretning. Det elektriske feltet (i reversretning) er sterkt nok til at elektroner får nok energi til å slå løs nye elektron-hull-par ved kollisjon med atomer i krystallgitteret. Dette er samme mekanisme som kan ødelegge dioder når spenningen blir for høy. Skredstøyen vil generere vilkårlige strømpulser som minner om popkornstøy, men som er mer intense. Når elektroner (og hull) har så stor energi at det fås skredeffekten, genereres en vilkårlig serie av støytopper. Skredstøy kan være et problem for zenerdioder (som utnytter skredeffekten).

2 Signal/Støy-forhold

Virkingen av støyen på et system måles best ved å sammenligne støyen relativt til signalet. Signal/støy-forholdet ('Signal-to-Noise Ratio') er definert som forholdet mellom signaleffekt og støyeffekt:

$$S/N = \frac{P_S}{P_N} = \frac{V_S^2}{V_N^2} \quad (10)$$

der P_S og P_N er effekten til henholdsvis signalet og støyen, og v_S og v_N er effektivverdien til henholdsvis signal- og støyspanningen. Uttrykt i dB er signal/støy-forholdet:

$$S/N_{\text{dB}} = 10 \lg \frac{P_S}{P_N} = 20 \lg \frac{v_S}{v_N} \quad (11)$$

Jo høyere signal/støy-forhold, jo bedre. Hva som er akseptabelt signal/støy-forhold vil være bestemt av den enkelte krets eller system.

Siden alle systemer, som for eksempel forsterkere, legger støy til signalet, er signal/støy-forholdet dårligere på utgangen enn på inngangen. Støyen kan da ikke fjernes fra signalet når den først er lagt til.

Det bør bemerkes at ved målinger av signal/støy-forhold kan signaleffekten nødvendigvis ikke måles uten støyen. I realiteten vil en måling av signal/støy-forholdet være gitt som:

$$S/N = \frac{P_S + P_N}{P_N} = \frac{v_S^2 + v_N^2}{v_N^2} \quad (12)$$

Dette har liten praktisk betydning så lenge støyen er mye mindre enn signalet.

Eksempel 2

Finn signal/støyforholdet i dB over en motstand på 10 kΩ når signalet er på 5 mV ved en båndbredde på 10 kHz.

Støyspenningen ble funnet i eksempel 1 til å være: $v_N = 1,265 \mu\text{V}$. Fra (11) fås signal/støyforholdet (i dB):

$$S/N_{\text{dB}} = 20 \lg \frac{v_S}{v_N} = 20 \lg \frac{5 \text{ mV}}{1,265 \mu\text{V}} = 71,9 \text{ dB}$$

3 Støyfaktor

Støyfaktor ('Noise Figure', NF) er et mål for hvor mye støy som blir produsert i et system. Signal/støy-forholdet på inngangen blir sammenlignet med signal/støy-forholdet på utgangen:

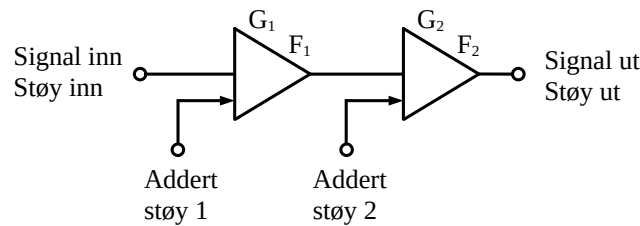
$$F = \frac{S/N_{\text{inn}}}{S/N_{\text{ut}}} = \frac{P_{SI}/P_{NI}}{P_{SO}/P_{NO}} = \frac{P_{SI}/P_{NI}}{\frac{G \cdot P_{SI}}{G \cdot (P_{NI} + P_{NA})}} = 1 + \frac{P_{NA}}{P_{NI}} \quad (13)$$

der P_{SI} og P_{NI} er effekten på signal og støy inn til systemet, P_{SO} og P_{NO} er effekten på signal og støy ut fra systemet og G er systemets effektforsterkning. P_{NA} er støyen som er lagt til av systemet, referert til inngangen. Støyfaktoren uttrykkes oftest i dB:

$$F(\text{dB}) = 10 \lg F \quad (14)$$

En støyfri enhet ($P_{NA} = 0$) vil ha $F = 1$ eller $F(\text{dB}) = 0 \text{ dB}$. Med $F \leq 2 \text{ dB}$ regnes en enhet vanligvis som en god lavstøyenhet.

Ved kaskadekopling av forsterkere vil støyfaktoren øke. Den enkelte forsterker gir et bidrag av støy til det innkommende signalet. Støy fra første forsterker i kaskaden blir forsterket mest. Referer til de to forsterkerne i figur 2. Første forsterker har effektforsterkning og støyfaktor lik henholdsvis G_1 og F_1 , mens andre forsterker har effektforsterkning og støyfaktor lik henholdsvis G_2 og F_2 .



Figur 2. Kaskadekoblede forsterkere.

Nyttesignalet P_{SI} og støysignalet P_{NI} forsterkes gjennom kaskaden i henhold til den enkelte forsterkers effektforsterkning. I tillegg til dette må vi ta hensyn til hvor mye støy den enkelte forsterker selv produserer. Signalkomponenten P_{SO} på utgangen av kaskadekoplingen er:

$$P_{SO} = G_1 G_2 P_{SI} \quad (15)$$

Støyen P_{NO} på utgangen av kaskadekoplingen er satt sammen av tre komponenter. Støysignalet P_{NI} på inngangen forsterkes av begge forsterkerne til:

$$P_{NO1} = G_1 G_2 P_{NI}$$

Addert støy fra den første forsterkeren (referert til inngangen) forsterkes til:

$$P_{NO2} = G_1 G_2 P_{NA1}$$

Addert støy fra den andre forsterkeren (referert til inngangen) forsterkes av siste forsterker til:

$$P_{NO3} = G_2 P_{NA2}$$

Støyen P_{NO} på utgangen av kaskadekoplingen er da summen av disse bidragene:

$$P_{NO} = P_{NO1} + P_{NO2} + P_{NO3} = G_1 G_2 P_{NI} + G_1 G_2 P_{NA1} + G_2 P_{NA2} \quad (16)$$

Støyfaktoren er følgende:

$$F = \frac{P_{SI}/P_{NI}}{P_{SO}/P_{NO}} = \frac{P_{SI}/P_{NI}}{\frac{G_1 G_2 P_{SI}}{G_1 G_2 P_{NI} + G_1 G_2 P_{NA1} + G_2 P_{NA2}}} \quad (17)$$

Denne kan forenkles til:

$$F = \frac{P_{SI}/P_{NI}}{P_{SO}/P_{NO}} = \frac{P_{SI}/P_{NI}}{\frac{P_{SI}}{P_{NI} + P_{NA1} + P_{NA2}/G_1}} = \frac{P_{NI} + P_{NA1} + P_{NA2}/G_1}{P_{NI}} \quad (18)$$

Ved å bruke (13), kan den adderte støyen uttrykkes som:

$$P_{NA1} = (F_1 - 1)P_{NI} \quad (19)$$

$$P_{NA2} = (F_2 - 1)P_{NI} \quad (20)$$

Dette innsatt i (18) gir:

$$F = \frac{P_{NI} + (F_1 - 1)P_{NI} + (F_2 - 1)P_{NI}/G_1}{P_{NI}} = F_1 + \frac{F_2 - 1}{G_1} \quad (21)$$

Dette resultatet kan generaliseres for et vilkårlig antall trinn:

$$F = F_1 + \frac{F_2 - 1}{G_1} + \frac{F_3 - 1}{G_1 G_2} + \dots \quad (22)$$

Det ses at støyfaktoren for kaskadekoplingen er avhengig av støyfaktoren i første trinn pluss reduserte versjoner av støyfaktoren for påfølgende trinn. Reduksjonen er omvendt proporsjonal med effektforsterkningen i foregående trinn. Med andre vil det beste resultatet fremkomme ved å ha lavest mulig støyfaktor i første trinn sammen med den høyeste effektforsterkningen. Da vil støybidraget fra påfølgende trinn være sterkt redusert.

Eksempel 3

Et system består av to forsterkere som koples i kaskade. Første forsterker har en effektforsterkning på 10 dB og en støyfaktor på 10 dB, mens andre forsterker har en effektforsterkning på 15 dB og en støyfaktor på 12 dB. Finn systemets støyfaktor.

Av (22) får vi den totale støyfaktoren:

$$F = F_1 + \frac{F_2 - 1}{G_1} = 10 + \frac{15,84 - 1}{10} = 11,48 \quad (10,6 \text{ dB})$$

Her har vi benyttet at 10 dB svarer til 10 mens 12 dB svarer til 15,84. Det ses at den totale støyfaktoren er tilnærmet lik den laveste støyfaktoren som er først i kaskaden. Dersom vi istedet bytter om på rekkefølgen, blir støyfaktoren for systemet nå:

$$F = F_2 + \frac{F_1 - 1}{G_2} = 15,84 + \frac{10 - 1}{31,62} = 16,12 \quad (12,1 \text{ dB})$$

Her har vi benyttet at 15 dB svarer til 31,62. Det ses at selv om forsterkningen er høy, er støyfaktoren for dårlig, slik at det ikke vil lønne seg å bytte om på rekkefølgen.

Det kan vises at støyfaktoren F til en kabel eller en tilpasset attenuator er gitt ved:

$$F = \frac{1}{G} = L \quad (23)$$

Her er forsterkningen G definert som effektforholdet, og dempingen (attenueringen) L er det inverse effektforholdet:

$$G = \frac{P_{SO}}{P_{SI}} = \frac{1}{L} \quad (24)$$

Siden G er mindre enn 1 for en attenuator, ses at dette fremhever støybidraget fra påfølgende trinn, som gitt av ligning (22). Av samme ligning ses også at dersom en signalkilde, som for eksempel en antenne, skal tilkoples et system via en kabel, bør en eventuell forsterker tilkoples kabelen på sendersiden (før kabelen) og ikke på mottakersiden etter kabelen. Med andre ord bør signalet forsterkes før det forurenses av støy i kabelen.

4 Støybåndbredde

Støybåndbredden er ikke den samme som signalbåndbredden. Mens signalbåndbredden er definert som halveffektbåndbredden, er støybåndbredden definert som:

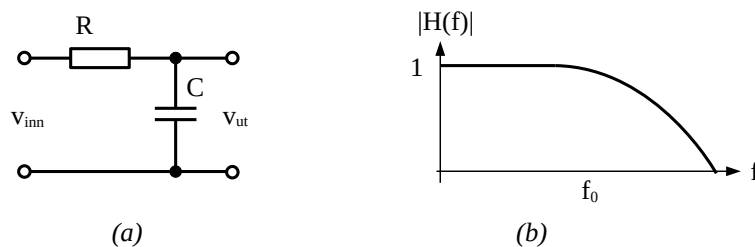
$$B = \frac{1}{G_{\text{maks}}} \int_0^{\infty} G(f) df = \frac{1}{|A_{v,\text{maks}}|^2} \int_0^{\infty} |A_v(f)|^2 df \quad (25)$$

Her er G_{maks} lik maksimal effektforsterkning mens $A_{v,\text{maks}}$ er maksimal spenningsforsterkning og $G(f)$ og $A_v(f)$ er henholdsvis effektforsterkning og spenningsforsterkning som funksjon av frekvensen.

Følgelig er signalbåndbredde lik støybåndbredde for et ideelt lavpassfilter, men for reelle systemer vil støybåndbredden være større enn signalbåndbredden.

4.1 Første ordens system

Et første ordens lavpassfilter realisert som et enkelt RC-filter har overføringsfunksjonen $H(f)$, se figur 3.



Figur 3. RC lavpassfilter (a) med transferfunksjon (b).

Overføringsfunksjonen er gitt som:

$$H(s) = \frac{1}{1+Ts} \quad T = RC \quad (26)$$

Siden $s = j\omega = j2\pi f$, er $H(f)$ følgelig:

$$H(f) = \frac{1}{1+j2\pi fT} = \frac{1}{1+j f/f_0} \quad f_0 = \frac{1}{2\pi T} \quad (27)$$

Båndbredden (-3 dB) er f_0 som det fremgår av figur 3b. Tallverdien er da:

$$|H(f)| = \left| \frac{1}{1+j2\pi fT} \right| = \frac{1}{\sqrt{1+(f/f_0)^2}} \quad (28)$$

Innsatt fra (25) fås støybåndbredden ($A_{v,\text{maks}} = 1$):

$$B = \frac{1}{1^2} \int_0^{\infty} \frac{1}{1+(f/f_0)^2} df = f_0 \left[\arctan \frac{f}{f_0} \right]_0^{\infty} = \frac{\pi}{2} f_0 \quad (29)$$

Dette resultatet kan vises å være generelt for første ordens systemer, både lavpass-, båndpass- og høypass-filtre. Dette resultatet viser at feilen blir forholdsvis stor dersom vi bruker signalbåndbredden som mål ved beregning av støyen, siden $B \approx 57\%$ større enn denne.

4.2 Høyere ordens system

Dersom systemet er av høyere orden, vil forskjellen mellom signalbåndbredde og støybåndbredde være mindre. For høyere ordens filtre skal vi her som eksempel se på Butterworth-filtre av orden n . Disse har en amplitudekarakteristikk gitt ved:

$$|H(f)| = \frac{1}{\sqrt{1+(f/f_0)^{2n}}} \quad (30)$$

Her representerer n filterets orden. Innsatt fra (25) fås støybåndbredden ($A_{v,\text{maks}} = 1$):

$$B = \int_0^{\infty} \frac{1}{1+(f/f_0)^{2n}} df = \frac{\pi}{2n} \frac{1}{\sin \frac{\pi}{2n}} f_0 \quad (31)$$

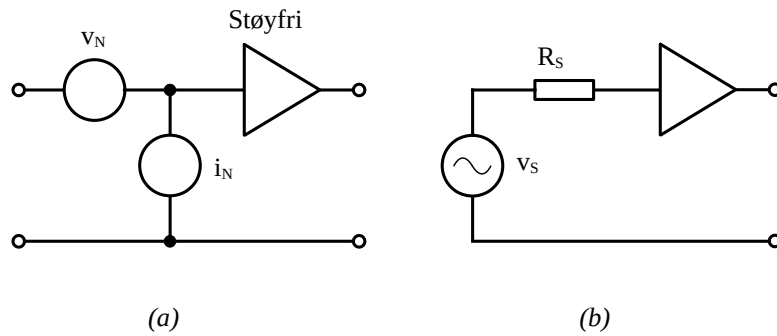
I tabellen nedenfor er vist forholdet mellom støybåndbredde og signalbåndbredde. Det fremgår tydelig at allerede ved $n=3$ er båndbreddene i praksis like.

Grad n	1	2	3	4	5	6
B/f_0	1,5	1,1	1,0	1,0	1,0	1,0
	7	1	5	3	2	1

For andre typer filtre gjelder at støybåndbredden er minst for de mest effektive filtrene, for eksempel vil Chebychev-filtre være bedre enn Butterworth-filtre.

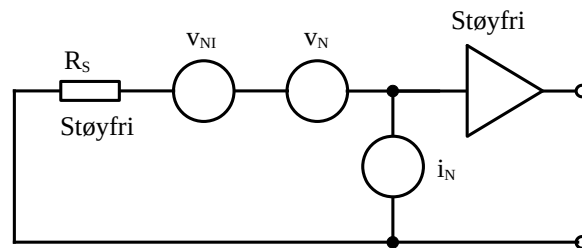
5 Støy i forsterkere

For forsterkere vil både motstander og transistorer bidra med støy som vil opptre på utgangen. Motstander vil ideelt sett bare bidra med termisk støy mens transistorer vil bidra med blant annet haglstøy og $1/f$ støy. For å forenkle støyberegningene, vil en når en ønsker å finne den totale forsterkerstøyen på utgangen, referere denne til inngangen – til ekvivalent støyspenning og støystrøm. Den støyende forsterkeren i figur 4a er vist som en støyfri forsterker med støygeneratorene på inngangen.



Figur 4. Forsterker støyekvivalent (a) og forsterker tilkople generator (b).

Ekvivalent støyspenning på inngangen, V_N , er definert som den støyspenningen som vil bidra med like stor støyspenning på utgangen som når den støyende forsterkeren har sin inngang kortsluttet til 0 V. Når en lar den ekvivalente støystrømmen på inngangen, I_N , løpe gjennom en kildemotstand (se figur 4b), vil støystrømmen bidra med like stor støyspenning på utgangen som når den støyende forsterkeren har på sin inngang en like stor støyfri kildemotstand. Når forsterkeren er tilkople en generator, se figur 4b, fås en støyekvivalent som vist i figur 5.



Figur 5. Støyekvivalent for forsterker tilkople generator.

Støyfaktoren var definert som:

$$F = 1 + \frac{P_{NA}}{P_{NI}} \quad (32)$$

der P_{NA} er støyen lagt til av forsterkeren, referert til inngangen. Støyfaktoren kan også skrives:

$$F = 1 + \frac{V_{NA}^2}{V_{NI}^2} \quad (33)$$

der v_{NA} er støyspenningen lagt til av forsterkeren, referert til inngangen, og der v_{NI} er støyspenningen på forsterkerens inngang:

$$v_{NI} = \sqrt{4kTBR_S} \quad (34)$$

Støyspenningen lagt til av forsterkeren, referert til inngangen, er representert av den ekvivalente støyspenningen v_N og støystrømmen i_N . I figur 5 erstattes støystrømgeneratoren av den ekvivalente støyspenningen $i_N R_S$. Støyspenningen lagt til av forsterkeren kan da finnes av sammenhengen:

$$v_{NA}^2 = v_N^2 + i_N^2 R_S^2 \quad (35)$$

Her er forutsetningen at v_N og i_N er ukorrelerte. Støyfaktoren finnes av (34) og (35) innsatt i (33):

$$F = 1 + \frac{v_N^2 + i_N^2 R_S^2}{4 k T B R_S} \quad (36)$$

Oppgivelse av både støyfaktor og ekvivalent støy på inngangen (støyspenning og støystrom) brukes som en del av spesifikasjoner på for eksempel transistorer og forsterkere. Det finnes en optimal verdi på R_S som gir minimum støyfaktor. Denne finnes ved å derivere (36) og sette svaret lik 0. Dette gir optimal R_S lik:

$$R_{SO} = \frac{v_N}{i_N} \quad (37)$$

Da er minimum støyfaktor:

$$F_{\min} = 1 + \frac{v_N^2}{2 k T B R_{SO}} = 1 + \frac{i_N^2 R_{SO}}{2 k T B} \quad (38)$$

Eksempel 4

En forsterker har en inngangsmotstand på $10 \text{ k}\Omega$ og er tilkopleet en generator med en indre motstand på $1 \text{ k}\Omega$ og en tomgangsspenning på 1 mV . Forsterkeren har en ekvivalent støyspenning og støystrom på henholdsvis $2 \text{ }\mu\text{V}$ og 50 pA ved en båndbredde på 10 kHz . Finn signal/støy-forholdet på forsterkerens inngang.

Signalspenningen v_{inn} på inngangen er gitt ved spenningsdelingen:

$$v_{\text{inn}} = \frac{1 \text{ mV} \cdot 10}{1 + 10} = 0,909 \text{ mV}$$

Motstanden på forsterkerens inngang er parallellkoplingen av $1 \text{ k}\Omega$ og $10 \text{ k}\Omega$:

$$R_p = \frac{1 \text{ k} \cdot 10 \text{ k}}{1 \text{ k} + 10 \text{ k}} = 909 \Omega$$

Med referanse til figur 5, der R_S svarer til R_p , fås fra (34):

$$v_{NI} = \sqrt{4 k T B R_p} = \sqrt{4 \cdot 1,38 \cdot 10^{-23} \cdot 290 \cdot 10 \cdot 10^3 \cdot 909} = 0,38 \text{ }\mu\text{V}$$

Vi har brukt $T = 290 \text{ K}$. Støyspenningen som skyldes forsterkeren, fås fra (35):

$$v_{NA}^2 = v_N^2 + i_N^2 R_p^2 = (2 \cdot 10^{-6})^2 + (50 \cdot 10^{-12})^2 \cdot 909^2 \approx v_N^2 = 4 \cdot 10^{-12}$$

Total støyspenning på forsterkerens inngang er følgende:

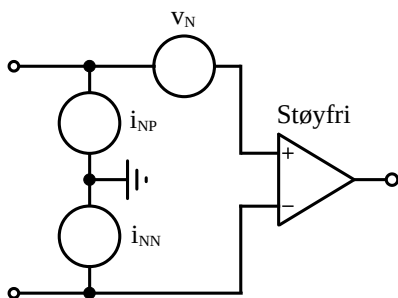
$$v_{NT} = \sqrt{v_{NI}^2 + v_{NA}^2} = \sqrt{(0,38 \cdot 10^{-6})^2 + 4 \cdot 10^{-12}} = 2,04 \text{ }\mu\text{V}$$

Signal/støy-forholdet på forsterkerens inngang er da:

$$S/N_{\text{dB}} = 20 \lg \frac{0,909 \text{ mV}}{2,04 \text{ }\mu\text{V}} = 53,0 \text{ dB}$$

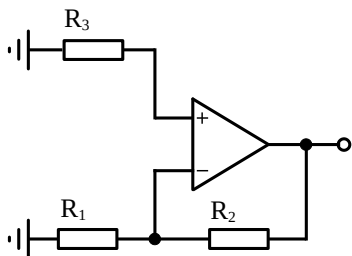
6 Støy i operasjonsforsterkere

Operasjonsforsterkerens støyekvivalent er vist i figur 6. Ekvivalent støyspenning på inngangen, v_N , er definert som den støyspenningen som vil bidra med like stor støyspenning på utgangen som når den støyende forsterkeren har sin inngang kortsluttet til 0 V. Når en lar den ekvivalente støystrommen på inngangen, i_{NP} eller i_{NN} , løpe gjennom en kildemotstand, vil støystrommen bidra med like stor støyspenning på utgangen som når den støyende forsterkeren har på sin plussinngang eller minusinngang en like stor støyfri kildemotstand. Vanligvis vil en for de fleste operasjonsforsterkere regne $i_{NN} = i_{NP} = i_N$.



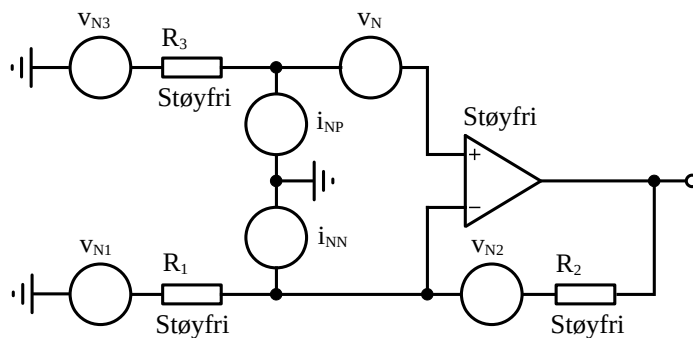
Figur 6. Støyekvivalent for operasjonsforsterker.

En operasjonsforsterker kan koples til å være inverterende og ikke-inverterende forsterker. Ved støyberegningene her kan vi anta at signalkilden(e) er kortsluttet til jord, slik at vi kan se på oppkoplingen i figur 7.



Figur 7. Operasjonsforsterker, signal tilkopleet R_1 og/eller R_3 .

Følgelig kan støyekvivalenten vist i figur 8 brukes både for inverterende og ikke-inverterende forsterker.



Figur 8. Støyekvivalent for operasjonsforsterker. inverterende og ikke-inverterende.

Ved støyberegningene kan superposisjon benyttes ved at effekten fra hver enkelt støykilde beregnes samtidig som de andre kildene nullstilles. Støybidraget fra R_1 på utgangen er:

$$v_1 = v_{N1} \frac{R_2}{R_1} \quad (39)$$

Støybidraget fra R_2 på utgangen er:

$$v_2 = v_{N2} \quad (40)$$

Støybidraget fra R_3 på utgangen er:

$$v_3 = v_{N3} \frac{R_1 + R_2}{R_1} \quad (41)$$

Støybidraget fra disse tre motstandene på utgangen, er da gitt ved:

$$v_R^2 = v_1^2 + v_2^2 + v_3^2 \quad (42)$$

Innsatt støyen fra motstandene (ligning (5)), fås:

$$v_R^2 = 4kTB \frac{R_1 + R_2}{R_1} \left(R_2 + \frac{R_1 + R_2}{R_1} R_3 \right) \quad (43)$$

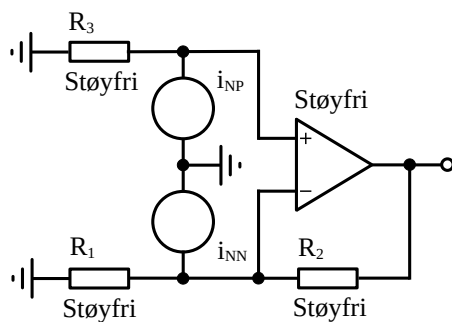
Her ønsker vi å referere støyen til inngangen, vi må derfor dele V_R med forsterkningen:

$$A_N = \frac{R_1 + R_2}{R_1} \quad (44)$$

Ekvivalent støy på inngangen fra motstandene er følgende:

$$v_{NR}^2 = 4kTB \left(\frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} + R_3 \right) \quad (45)$$

Ekvivalent støystrøm på minus-inngangen for operasjonsforsterkeren gjennomløper kun R_2 , se figur 9, idet minus-inngangen ligger på virtuell jord.



Figur 9. Støybidrag fra støystrømmer.

På utgangen er følgende bidraget gitt ved:

$$v_{\text{NNO}}^2 = i_{\text{NN}}^2 R_2^2 \quad (46)$$

Ekvivalent støy på inngangen fra i_{NN} fås da ved å dele v_{NNO} med forsterkningen A_{N} i (44). Ekvivalent støystrøm på pluss-inngangen for operasjonsforsterkeren gjennomløper kun R_3 (se figur 9). Ekvivalent støyspenning på inngangen fra operasjonsforsterkeren alene er derfor:

$$v_{\text{NA}}^2 = \frac{v_{\text{NNO}}^2}{A_{\text{N}}^2} + i_{\text{NP}}^2 R_3^2 + v_{\text{N}}^2 = \frac{i_{\text{NN}}^2 R_1^2 R_2^2}{(R_1 + R_2)^2} + i_{\text{NP}}^2 R_3^2 + v_{\text{N}}^2 = i_{\text{N}}^2 (R_{12}^2 + R_3^2) + v_{\text{N}}^2 \quad (47)$$

Her er $i_{\text{N}} = i_{\text{NN}} = i_{\text{NP}}$ og R_{12} er parallellkoplingen mellom R_1 og R_2 . Total støyspenning referert til inngangen er følgende:

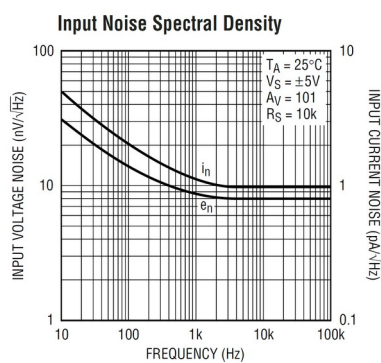
$$v_{\text{NT}} = \sqrt{v_{\text{NR}}^2 + v_{\text{NA}}^2} \quad (48)$$

Ofte oppgis støyspenningstetthet og støystrømtetthet for operasjonsforsterkere. I figur 10 er vist data for en operasjonsforsterker (LT1813). Det ses at støyspenningstetthet og støystrømtetthet er oppgitt som henholdsvis $\text{nV}/\sqrt{\text{Hz}}$ og $\text{pA}/\sqrt{\text{Hz}}$ (som svarer til 1 Hz båndbredde). Det ses fra figuren at 1/f-støyen dominerer under 1 kHz. Støyspenningstettheten og støystrømtettheten for 1/f-støyen er generelt gitt som:

$$e_{\text{n}1/f} = e_{\text{n}} \sqrt{f_{\text{c}}} \sqrt{\int_{f_1}^{f_{\text{c}}} \frac{1}{f} df} = e_{\text{n}} \sqrt{f_{\text{c}} \ln \frac{f_{\text{c}}}{f_1}} \quad (49)$$

$$i_{\text{n}1/f} = i_{\text{n}} \sqrt{f_{\text{c}}} \sqrt{\int_{f_1}^{f_{\text{c}}} \frac{1}{f} df} = i_{\text{n}} \sqrt{f_{\text{c}} \ln \frac{f_{\text{c}}}{f_1}}$$

Her er e_{n} og i_{n} henholdsvis støyspenningstettheten og støystrømtettheten i det lineære området (over 1 kHz i figur 10), f_1 er den laveste frekvensen i området mens f_{c} representerer knekkfrekvensen (henholdsvis 10 Hz og 1 kHz i figur 10).



Figur 10. Støyspenningstetthet og støystrømtetthet for operasjonsforsterker.

Eksempel 5

En operasjonsforsterker brukes i ikke-inverterende kopling med $R_1 = 20 \text{ k}\Omega$ og $R_2 = 180 \text{ k}\Omega$, referer til figur 7. Pluss-inngangen tilkoples en generator med indre motstand 1 k Ω . Bruk data for operasjonsforsterkeren i figur 10. Finn ekvivalent støyspenning på forsterkerinngangen for båndbredden 10 Hz til 10 kHz.

For å finne støyspenning og støystrom, kan en dele opp frekvensområdet i to og bruke (49). Operasjonsforsterkerens ekvivalente støyspenning (referert inngangen) blir da:

$$v_N^2 = 8^2 \cdot 1000 \cdot \ln \frac{1000}{10} (\text{nV})^2 + (8 \sqrt{10000 - 1000})^2 (\text{nV})^2 = 870731 (\text{nV})^2$$

Operasjonsforsterkerens ekvivalente støystrom (referert inngangen) blir:

$$i_N^2 = 1^2 \cdot 1000 \cdot \ln \frac{1000}{10} (\text{pA})^2 + (1 \sqrt{10000 - 1000})^2 (\text{pA})^2 = 13605 (\text{pA})^2$$

Ekvivalent støyspenning på inngangen fra operasjonsforsterkeren alene blir (47):

$$v_{NA}^2 = 13605 (\text{pA})^2 \left[(18 \cdot 10^3)^2 + (1 \cdot 10^3)^2 \right] + 870731 (\text{nV})^2 = 5,29 (\mu\text{V})^2$$

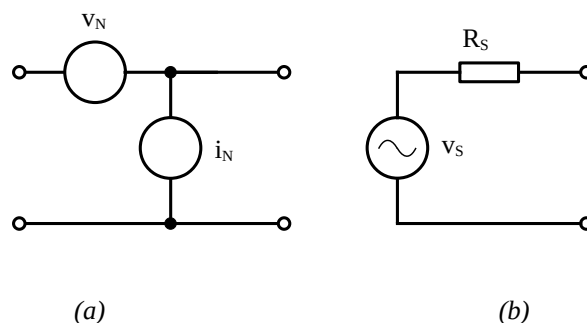
Her er $R_{12} = R_1 \parallel R_2 = 18 \text{ k}\Omega$ mens $R_3 = 1 \text{ k}\Omega$ er generatormotstanden. Det ses at bidraget fra støystrommen dominerer. Total støyspenning referert til inngangen er følgelig (48):

$$v_{NT} = \sqrt{v_{NR}^2 + v_{NA}^2} = \sqrt{4 \cdot 1,38 \cdot 10^{-23} \cdot 298 \cdot 9990 \cdot (18+1) \cdot 10^3 + 5,29 \cdot 10^{-12}} = 2,90 \mu\text{V}$$

Vi har brukt $T = 298 \text{ K}$ ($\approx 25 \text{ }^\circ\text{C}$).

7 Støy i transistorforsterkere

Transistorenes støyekvivalent kan være som vist i figur 11a, referer til figur 4. Som tidligere antas at inngangen er tilkopleet en generator, se figur 11b.

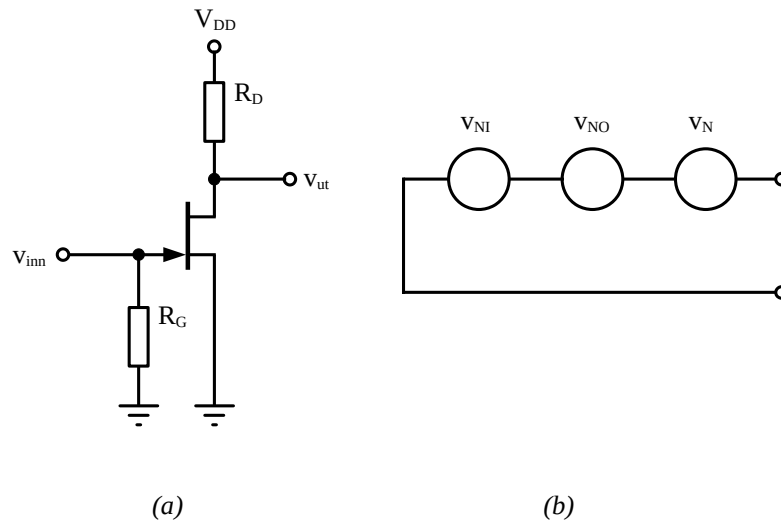


Figur 11. Transistorens støyekvivalent for inngangen (a) tilkopleet generator (b).

Selv om støyemekanismene er noe forskjellig for bipolare og felteffekttransistorer, kan den samme ekvivalenten benyttes. Imidlertid ses ofte at ekvivalent støystromgenerator er sløyfet for felteffekttransistorer. Dette kan særlig gjøres dersom generatormotstanden har en forholdsvis rimelig verdi.

7.1 JFET Forsterker

MOSFET og JFET har støydata som er like, men generelt er $1/f$ -støyen fra MOSFET noe større mens JFET har mer haglstøy. Vi vil her bruke JFET som eksempel.



Figur 12. Enkel JFET forsterker (a) og støyekvivalent (b).

En enkel JFET forsterker er vist i figur 12a. Forsterkeren tenkes tilkopleet en generator som vist i figur 11b. Det antas at ekvivalent støystrøm for JFET-transistoren kan neglisjeres.

Støyekvivalenten for forsterkerens inngang blir da som vist i figur 12b. Støymessig ligger motstanden R_G i parallell med generatormotstanden R_S . Støyspenningen fra denne parallellkoplingen er gitt ved (5):

$$v_{NI}^2 = 4kTB R_I$$

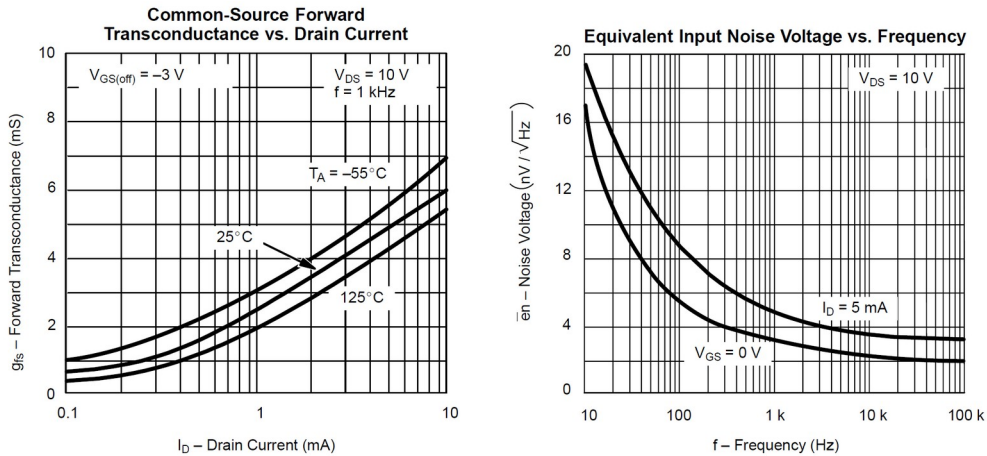
A_V representerer spenningsforsterkningen fra gate til drain:

$$A_V = \frac{V_{ut}}{V_{inn}} = -g_m R_D \quad (50)$$

Total støy på inngangen er følgelig gitt ved:

$$v_{NT} = \sqrt{4kTB \left(R_I + \frac{R_D}{A_V^2} \right) + v_N^2} \quad (51)$$

Det ses at minimum støy fås for lavest mulig motstandsverdier på inngangen (for eksempel lav R_S -verdi) og høyest mulig forsterkning (med lavest mulig motstandsverdi på utgangen). Når transistoren har liten ekvivalent støystrøm, vil transistorens ekvivalente støyspenning være utslagsgivende for hvor støysvak forsterkeren vil være.



Figur 13. Transkonduktans og støyspenningtetthet for JFET.

I figur 13 er vist transkonduktans og støyspenningtetthet for en JFET (2N4416A). Det ses at transkonduktansen er mye lavere enn for bipolare transistorer, noe som ikke er en fordel verken forvrengningsmessig eller støymessig. Imidlertid har felteffekttransistorer den fordel at vi slipper å forholde oss til støystrømmen. Den ekvivalente støyspenningstettheten er som vi ser, dominert av $1/f$ -støyen for lavere frekvenser. Generelt er også støyspenningen lavere for høyere drain-strøm (men da er transkonduktansen relativt sett lavere).

Eksempel 6

En JFET brukes i kopleingen i figur 12a med $I_D = 5 \text{ mA}$, $R_D = 1 \text{ k}\Omega$ og $R_G = 1 \text{ M}\Omega$. Forsterkeren er tilkopleet en generator med indre motstand $R_S = 1 \text{ k}\Omega$ og tomgangsspenning 5 mV . Benytt data for transistoren vist i figur 13. Finn forsterkerens signal/støy-forhold for båndbredden $20 \text{ Hz} - 20 \text{ kHz}$.

Vi avleser transkonduktansen $g_m \approx 5 \text{ mS}$. Spenningsforsterkningen finnes fra (50) lik:

$$A_v = \frac{V_{ut}}{V_{inn}} = -g_m R_D = -5 \text{ m} \cdot 1 \text{ k} = -5$$

Støyspenningen fra transistoren kan finnes fra blant annet (49):

$$v_N^2 = 3,5^2 \cdot 1000 \cdot \ln \frac{1000}{20} (\text{nV})^2 + (3,5 \sqrt{20000 - 1000})^2 (\text{nV})^2 = 280672 (\text{nV})^2$$

Total støyspenning på inngangen er da gitt ved (51):

$$v_{NT} = \sqrt{4 \cdot 1,38 \cdot 10^{-23} \cdot 298 \cdot 19800 \cdot \left(1 \text{ k} \parallel 1 \text{ M} + \frac{1 \text{ k}}{5^2}\right) + 280672 (\text{nV})^2} = 0,79 \mu\text{V}$$

Vi har brukt $T = 298 \text{ K}$. Signal/støy-forholdet er:

$$S/N_{\text{dB}} = 20 \lg \frac{V_S}{v_{NT}} = 20 \lg \frac{5 \text{ mV}}{0,79 \mu\text{V}} = 76,0 \text{ dB}$$

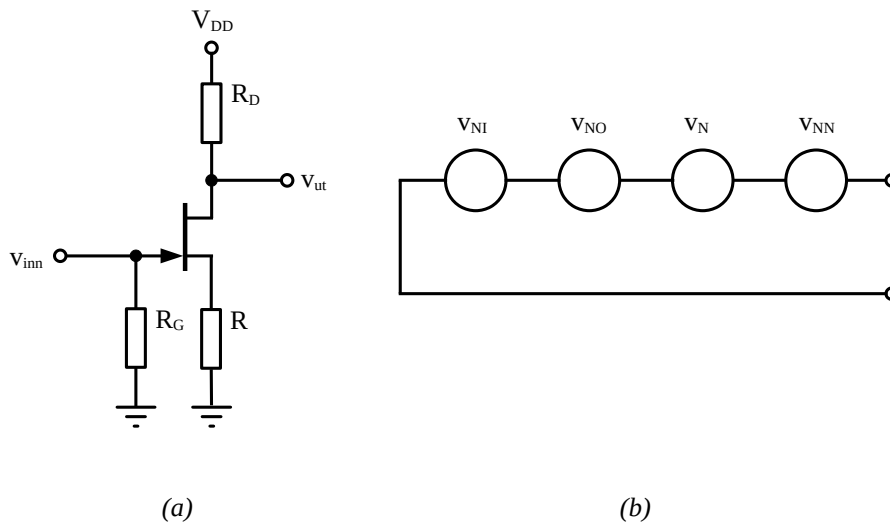
Samme signal/støy-forhold has selvfølgelig på utgangen siden støy og signal forsterkes like mye, nemlig 5 ganger.

Når det benyttes en uavkoplet motstand i source for å gi negativ tilbakekopling, se figur 14a, må denne motstanden tas med i støyberegningene. Støyekvivalenten blir da som vist i figur 14b. Støyspenningen v_{NN} representerer støyen fra source-motstanden R , referert til inngangen. Denne er gitt ved:

$$v_{NN}^2 = \frac{4kTBR}{A_{VN}^2} \quad (52)$$

Her representerer A_{VN} spenningsforsterkningen fra gate til source:

$$A_{VN} = \frac{g_m R}{1 + g_m R} \approx 1 \quad (53)$$



Figur 14. JFET-forsterker med source-motstand (a) og støyekvivalent (b).

Støyspenningen v_{NO} representerer som før støyen fra utgangen (drain-motstanden) transformert til inngangen:

$$v_{NO}^2 = \frac{4kTBR_D}{A_V^2} \quad (54)$$

Nå er imidlertid A_V spenningsforsterkningen fra gate til drain redusert på grunn av negativ tilbakekopling:

$$A_V = \frac{v_{ut}}{v_{inn}} = - \frac{g_m R_D}{1 + g_m R} \quad (55)$$

Total støy på inngangen er følgende:

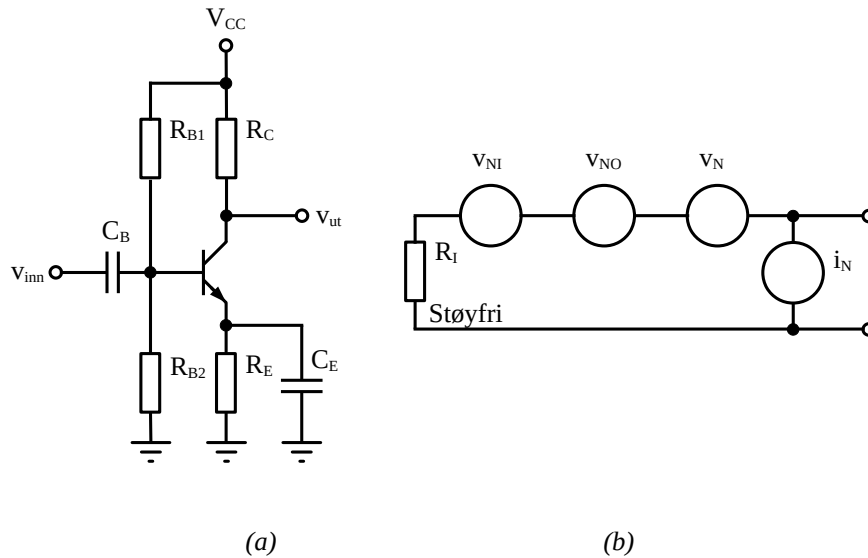
$$v_{NT}^2 = 4kTB \left(R_I + \frac{R_D}{A_V^2} + R \right) + v_{NN}^2 \quad (56)$$

Det ses at støybidraget fra drain-motstanden øker på grunn av redusert forsterkning i tillegg til at det fås et ekstra bidrag til støyen fra source-motstanden R . Legg forøvrig merke til at R støymessig ligger i serie med inngangen.

7.2 BJT Forsterker

I motsetning til felteffekttransistorer må vi ved bipolare transistorer ta med støystrømmen i beregningene, ikke minst gjelder dette når impedansnivået er høyt.

En enkel BJT forsterker er vist i figur 15a. Kondensatorene C_B og C_E regnes å kortslutte for signalene som er aktuelle. Forsterkeren tenkes tilkopleet en generator som vist i figur 12b.



Figur 15. Enkel BJT forsterker (a) og støyekvivalent (b).

Støyekvivalenten for forsterkerens inngang blir da som vist i figur 15b. Støymessig ligger parallellkoplingen mellom motstandene R_{B1} og R_{B2} i parallell med generatormotstanden R_S . Denne parallellkoplingen er kalt R_I . Støyspenningen fra denne parallellkoplingen er gitt ved:

$$v_{NI}^2 = 4kTBR_I \quad (57)$$

Støyspenningen v_{NO} representerer støyen fra utgangen (kolektormotstanden), referert til inngangen:

$$v_{NO}^2 = \frac{4kTBR_C}{A_V^2} \quad (58)$$

Her representerer A_V spenningsforsterkningen fra base til kollektor:

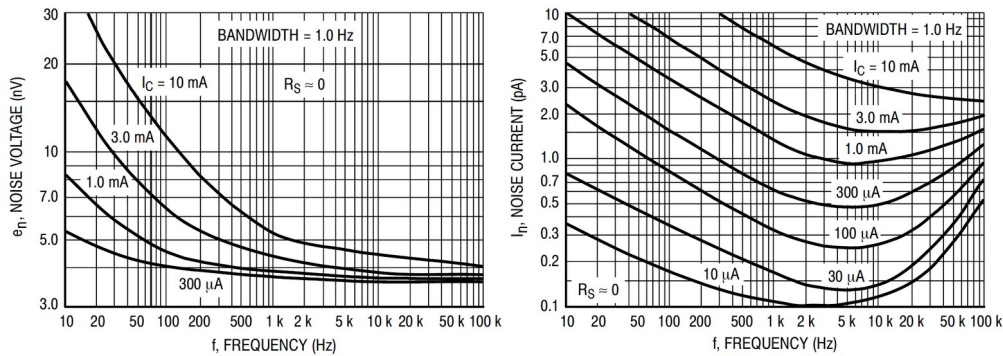
$$A_V = \frac{v_{ut}}{v_{inn}} = -g_m R_C = -\frac{R_C}{r_e} \quad (59)$$

Total støy på inngangen er følgelig gitt ved:

$$v_{NT} = \sqrt{4kTB \left(R_I + \frac{R_C}{A_V^2} \right) + v_N^2 + i_N^2 R_I^2} \quad (60)$$

Det ses at minimum støy fås for lavest mulig motstandsverdier på inngangen (for eksempel lav R_S -verdi) og høyest mulig forsterkning (med lavest mulig motstandsverdi på utgangen).

I figur 16 er vist støyspenningtetthet og støystrømtetthet for en bipolar transistor (2N5088). Både den ekvivalente støyspenningtettheten og støystrømtettheten er som vi ser dominert av $1/f$ -støyen for lavere frekvenser. Generelt er også støybidragene mindre for lavere kollektorstrøm.



Figur 16. Støyspenningtetthet og støystrømtetthet for bipolar transistor.

Eksempel 7

En bipolar transistor brukes i koplingen i figur 17a med $I_C = 1 \text{ mA}$ og $R_C = 10 \text{ k}\Omega$. Forsterkeren er tilkopleet en generator med indre motstand $R_S = 600 \Omega$ som regnes mye mindre enn $R_{B1} || R_{B2}$. Bruk data fra figur 16 for transistoren. Finn forsterkerens ekvivalente støyspenning på inngangen for båndbredden 1 kHz – 100 kHz.

Vi regner støyspenningtettheten konstant lik $3,5 \text{ nV}/\sqrt{\text{Hz}}$ og støystrømtettheten konstant lik $1 \text{ pA}/\sqrt{\text{Hz}}$ for båndbredden 1 kHz - 100 kHz uten å gjøre så stor feil. Spenningsforsterkningen er (59):

$$A_V = -\frac{R_C}{r_e} \approx -\frac{R_C}{V_T/I_C} = -\frac{10 \text{ k}}{25 \text{ mV}/1 \text{ mA}} = -400$$

Total støy på inngangen er følgelig gitt ved (60):

$$v_{NT} = \sqrt{4 \cdot 1,38 \cdot 10^{-23} \cdot 298 \cdot 99 \cdot 10^3 \left(600 + \frac{10 \text{ k}}{400^2}\right) + (3,5 \text{ nV} \cdot \sqrt{99 \cdot 10^3})^2 + (1 \text{ pA} \cdot \sqrt{99 \cdot 10^3})^2 (600 \Omega)^2}$$

$$v_{NT} = 1,49 \mu\text{V}$$

På grunn av den høye forsterkningen er kollektormotstandens bidrag til støyen neglisjerbar. Ellers er transistorens støyspenning omtrent ti ganger så høy som bidraget fra støystrømmen.

Noen ganger oppgis støyfaktor for transistorer istedenfor støyspenningtetthet og støystrømtetthet. Da er gjerne data meget sparsomme: Støyfaktor (i dB), generatormotstand, båndbredde ved en gitt målefrekvens samt transistorens arbeidspunkt (I_C , V_{CE}). Vi kan få en idé om størrelsen på støyspenningtetthet og støystrømtetthet ved å benytte minimum støyfaktor gitt av (38) og optimal generatormotstand gitt av (37).

Eksempel 8

For transistoren BC547 oppgis en typisk støyfaktor på $NF = 2,0$ dB for $I_C = 0,2$ mA, $V_{CE} = 5,0$ V, $R_S = 2$ k Ω , $f = 1,0$ kHz, $B = 200$ Hz og $T_A = 25$ °C. Finn tilnærmet støyspenning- og støystrømtetthet.

Fra (14) finnes støyfaktoren:

$$F = 10^{2,0/10} = 1,58$$

Fra (38) fås støyspenningen:

$$1,58 = 1 + \frac{v_N^2}{2 \cdot 1,38 \cdot 10^{-23} \cdot 298 \cdot 200 \cdot 2 \cdot 10^3} \Rightarrow v_N = 44 \text{ nV}$$

Her har vi satt optimal generator motstand lik 2 k Ω som oppgitt i databladet. Fra (37) fås støystrømmen:

$$2 \text{ k}\Omega = \frac{44 \text{ nV}}{i_N} \Rightarrow i_N = 22 \text{ pA}$$

Støyspenningen og støystrømmen er målt over en båndbredde på 200 Hz. I et forsøk på å finne støyspenningen og støystrømmen over et større frekvensområde, kan en benytte støyspenningstetthet og støystrømtetthet istedet. Dermed fås:

$$e_n = \frac{v_N}{\sqrt{B}} = \frac{44}{\sqrt{200}} = 3,1 \text{ nV}/\sqrt{\text{Hz}}$$

$$i_n = \frac{i_N}{\sqrt{B}} = \frac{22}{\sqrt{200}} = 1,6 \text{ pA}/\sqrt{\text{Hz}}$$

Det bør poengteres at dette er data som bør tas med en klype salt. Og for lavere frekvenser kan data ikke brukes på grunn av 1/f-støyen. For 'Worst Case' bør også maksimal støyfaktor benyttes, for denne transistoren er den oppgitt til 10 dB.

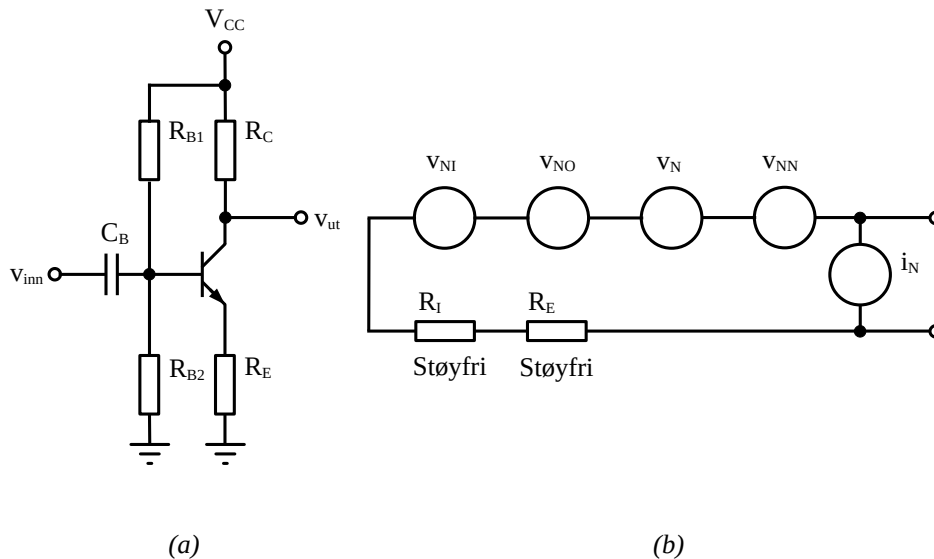
Dersom kondensatoren C_E i figur 15a fjernes, innføres negativ tilbakekopling, se figur 17a. Dette har blant annet som konsekvens at forsterkningen reduseres. Denne motstanden R_E vil nå bidra til den totale støyen.

Støyekvivalenten blir da som vist i figur 17b. Støyspenningen v_{NN} representerer støyen fra emittermotstanden R_E , referert til inngangen. Denne er gitt ved:

$$v_{NN}^2 = \frac{4kTB R_E}{A_{VN}^2} \quad (61)$$

Her representerer A_{VN} spenningsforsterkningen fra base til emitter:

$$A_{VN} = \frac{R_E}{r_e + R_E} = \frac{g_m R_E}{1 + g_m R_E} \approx 1 \quad (62)$$



Figur 17. Enkel BJT forsterker med emitter-motstand (a) og støyekvivalent (b).

Støyspenningen v_{NO} representerer som før støyen fra utgangen (kolektormotstanden) transformert til inngangen:

$$v_{NO}^2 = \frac{4 kTB R_C}{A_V^2} \quad (63)$$

Nå er imidlertid A_V spenningsforsterkningen fra base til kollektor redusert på grunn av negativ tilbakekopling:

$$A_V = - \frac{R_C}{r_e + R_E} = - \frac{g_m R_C}{1 + g_m R_E} \quad (64)$$

Total støy på inngangen er følgelig:

$$v_{NT} = \sqrt{4 kTB \left(R_I + \frac{R_C}{A_V^2} + R_E \right) + v_N^2 + i_N^2 (R_I^2 + R_E^2)} \quad (65)$$

Det ses at støybidraget fra kolektormotstanden øker på grunn av redusert forsterkning i tillegg til at det fås to ekstra bidrag til støyen fra emitter-motstanden. Støymessig ligger R_E i serie med inngangen.

Dette kapitlet er et utdrag fra boka *Analog Elektronikk* av Rolf Ingebrigtsen og Knut Harald Nygaard (post@andiha.no)

